

# Elméleti mechanika A

Kapás Kornél

## 2. Beadandó

**2.1. Feladat.** Vegyük a fonálinga fázisterét! Ebben két szignifikánsan különböző görbesereget szeparátrix választ el (amikor nem lendül át az inga, és amikor átlendül). Mi ennek a szeparátrixnak az egyenlete?

**2.2. Feladat.** Adott egy rendszer, ahol egy  $x$  tengelyen levő  $l_0$  nyugalalmú hosszú,  $k$  irányú erejű rugó végére egy  $m$  tömegű,  $L$  hosszú matematikai ingát függesztünk fel. Írjuk fel a mozgásegyenleteket!

**2.3. Feladat.** Adott egy olyan fázistér, aminek sebességtengelytől balra első felén fél-ellipszisek vannak, míg a jobbra eső felén vízszintes egyenesek (egymással folytonosan összekötve). Milyen potenciálnak felel ez meg?

**2.4. Feladat.** Essen szabadon egy test az ismert  $V(y) = mgy$  potenciálban. Ejtsük a testet kezdősebesség nélkül az origóból. Így a megoldás a szintén ismert  $y^0(t) = -\frac{g}{2}t^2$ . Perturbáljuk meg a potenciált:

$$V(y) = mgy + \epsilon y^3 \quad (1)$$

Adjuk meg a perturbált  $y(t)$  trajektóriát! (mi lesz az a dimenziótlan mennyiség, aminek kicsinek kell lennie?)

**2.1. Emelt szintű feladat.** Adott a gyakorlaton látott  $V(\varphi) = \frac{k}{2}l^2\varphi^2 + mgl \cos \varphi$  alakú potenciál.

a.) Mit kapunk kis kitérésekre frekvenciájára  $(mg)/(kl) = 0$ , illetve  $\infty$  határesetben?

b.) Vegyünk egy olyan esetet, ahol már több, mint 3 egyensúlyi helyzet is megjelenik  $\varphi$ -ben! Adjuk meg az ezek körüli kis rezgések frekvenciáját!

**2.2. Emelt szintű feladat.** Vegyük a ferde rúgó esetét  $l_0 > d$  esetben. Ekkor a kis rezgés amplitúdója exponenciálisan cseng le. Az  $l_0 < d$  esetben látott periódusidőkre átlagolt mozgás módszerével mutassuk meg, hogy az oszcilláció burkólója tényleg exponenciális.