

Elméleti mechanika A

Kapás Kornél

7. Beadandó

7.1. Feladat. Adott az alábbi, 2D áramlást leíró komplex függvény:

$$f(z) = A \ln z \quad (1)$$

ahol A egy **általános** komplex szám! Milyen áramlást ír le ez a függvény? Vázzuk fel az áramvonalakat! Tegyük két ilyen áramlást nagyon közel egymáshoz:

$$f(z) = A \ln z - A \ln(z - \epsilon) \quad (2)$$

Ha $A\epsilon = d$ fix komplex szám, akkor mihez tart $f(z)$, $\epsilon \rightarrow 0$ határesetben? Vázzuk fel ennek is az áramvonalait!

7.1. Emelt szintű feladat. Adott a belső súrlódással rendelkező húr mozgásegyenlete:

$$\rho u_{tt} = \sigma u_{xx} + \sigma' u_{txx} \quad (3)$$

Oldjuk meg ezt a órán látottakhoz hasonlóan Fourier-soros módszerrel. A határfeltételek automatikus teljesüléséhez tételezzük fel az alábbi alakot:

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) \sin(k_n x) \quad k_n = \frac{n\pi}{L} \quad (4)$$

Adjuk meg $a_n(0)$ és $\dot{a}_n(0)$ együtthatókat egy integrál formájában $u(x, 0)$ -val és $u_t(x, 0)$ -val kifejezve! (súrlódásmentes esetben $\Psi(x, 0)$ és $\dot{\Psi}(x, 0)$ függvényekkel fejeztük ki őket, ellenőrizzük, hogy $\sigma' = 0$ határesetben visszajutunk-e!)

7.2. Emelt szintű feladat. Vegyünk egy köbös kristályt, melyre igaz, hogy a szimmetriatengelyei körüli 90 fokos forgatásra C_{ijkl} tenzor invariáns.

- Mutassuk meg, hogy a C_{ijkl} mely elemi nem lesznek függetlenek, és hogy végső soron csak 3 darab független elem marad!
- Ebben az esetben az energiasűrűség három tagból áll. (izotróp esetben csak két tag volt, amikhez tartoztak a λ , μ Lamé állandók). Írjuk fel ezt a három tagot! Legyen a három rugalmas állandó α , β és γ ! Mindegyiket ϵ tenzor elemeinek valamilyen kvadratikus kombinációja szorozza majd.

(Tipp: lehet egyből olyan $\epsilon_{ij}\epsilon_{kl}$ kombinációkat keresni, melyek invariánsak az adott transzformációkra. Izotróp esetben ez csak két módon lehetett: $(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})^2$ és $(\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{22}^2 + \epsilon_{33}^2)$, de itt most most három kombináció is lesz!)